

1.

(a) Wahr (c) Wahr

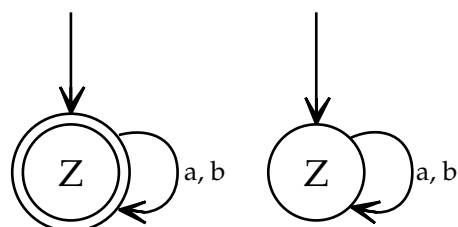
(b) Wahr (d) Wahr

2.

$$X = \{a, b\}$$

(a)

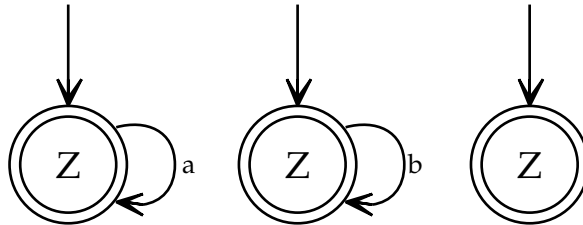
Die einzigen beiden deterministische Automaten mit genau einem Zustand über dem Alphabet X wären folgende:



Der erste davon erkennt logischerweise die Sprache $L = X^*$. Der zweite solche erkennt die Sprache $L = \emptyset$, welche, zugegebenermaßen, einen Spezialfall darstellt, aber ich habe keine Definition von Sprache gefunden, die die Leere Menge als Sprache explizit ausschließt, ebenso wie für die Endzustände eines endlichen Automaten gleiches gilt.

(b)

Nichtdeterministische Automaten über diesem Alphabet mit genau einem Zustand gibt es hingegen mehrere mögliche, darunter auch die schon in (a) behandelten, d. h. $L = X^*$ und $L = \emptyset$ sind auch mit einem nichtdeterministischen Automaten mit genau einem Zustand möglich; weiterhin:



Diese erkennen (in Reihenfolge von links nach rechts) die Sprachen $L = \{a\}^*$, $L = \{b\}^*$ sowie $L = \{\varepsilon\}$.

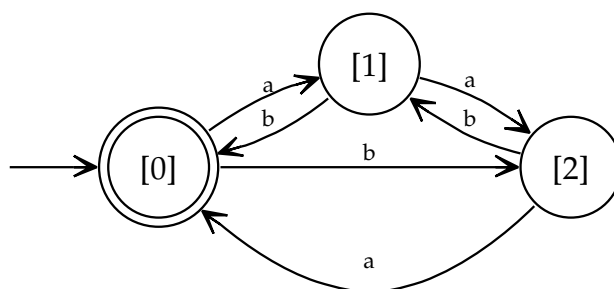
3.

(a)

Die Sprache

$$L = \{w \in X^* \mid X = \{a, b\}, \#_a(w) - \#_b(w) = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$$

wird offenbar gebildet, indem man die Zeichen a und b so verbindet, daß hinterher die Differenz der Anzahl as und der Anzahl bs eine durch drei teilbare Zahl ergibt. Folglich bewegen wir uns im Grunde innerhalb von Restklassen modulo 3. Jedes a erhöht den Zähler, während jedes b ihn verringert. Ist die Restklasse am Ende des Wortes $[0]_3$, so ist das Wort ein Wort der Sprache. Eben dieses können wir durch folgenden deterministischen Automaten ausdrücken, in dem die Zustände der Einfachheit halber den Restklassen entsprechen:

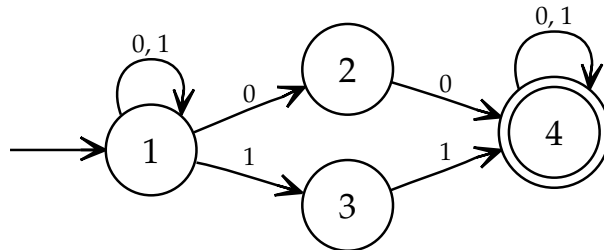


(b)

Ein nichtdeterministischer Automat, der die Sprache

$$L = \{uzzv \mid u, v \in \{0, 1\}^*, z \in \{0, 1\}\}$$

erkennt, wird also zunächst nach einer beliebigen Zahl Nullen oder Einsen schauen (u), danach folgen zwei gleiche Zeichen (z), auf welches wieder beliebig viele beliebige Zeichen folgen (v). Jeweils aus dem Alphabet $\{0, 1\}$. Endzustand ist folglich derjenige, der dem v entspräche. Sowohl u als auch v können leer sein. Dieser Automat sähe dann folgendermaßen aus:



4.

Voraussetzung. L_1 und L_2 seien regulär.

Behauptung. $L_1 \setminus L_2$ ist ebenfalls regulär.

Beweis. Nach Vorlesung, Folie 69 wissen wir, daß reguläre Sprachen unter Verwendung von \cap sowie Komplement abgeschlossen sind. $L_1 \setminus L_2$ ist auch darstellbar als $L_1 \cap \overline{L_2}$ (Nachweis trivial und soll hier nicht erbracht werden), woraus folgt, da nur innere Operationen auf regulären Sprachen verwendet werden, daß $L_1 \setminus L_2$ ebenfalls regulär ist. \square