1.

(a)	Falsch.	**(b)**	Wahr.
(c)	Falsch.	**(d)**	Wahr.

2.

$$L = \left\{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}\right\}$$

Diese Sprache ist aufzählbar, was wir spätestens dann merken, wenn wir für selbige eine Grammatik haben. Ansonsten könnte man die Aufzählbarkeit auch über die Cantornumerierung herleiten.

Eine Grammatik G, die diese Sprache beschreibt, ließe sich beispielsweise folgendermaßen definieren:

$$G := (\{a, b\}, \{X, Y, S\}, \{S \mapsto XY, X \mapsto \varepsilon, X \mapsto aX, Y \mapsto \varepsilon, Y \mapsto bY\}, S)$$

Um nun nachzuweisen, daß $L = L(G)$, ist folgendes zu zeigen:

$$L \subseteq L(G) \ \wedge \ L(G) \subseteq L$$

$\boldsymbol{L \subseteq L(G)} \iff (\boldsymbol{w} \in \boldsymbol{L} \Rightarrow \boldsymbol{w} \in \boldsymbol{L(G)})$

Ein Wort $w \in L$ läßt sich so bilden, daß $n \leq |w|$ Zeichen a gefolgt von $m = |w| - n$ Zeichen b auftreten. Das bedeutet, daß wir im Sinne der Grammatik G aus S durch n-maliges Anwenden der Regel $(X \mapsto aX)$ gefolgt von einmaliger Anwendung der Regel $(X \mapsto \varepsilon)$ sowie m-malige Anwendung von $(Y \mapsto bY)$ gefolgt von $(Y \mapsto \varepsilon)$ das Wort w erzeugen können.

$\boldsymbol{L(G) \subseteq L} \iff (\boldsymbol{w} \in \boldsymbol{L(G)} \Rightarrow \boldsymbol{w} \in \boldsymbol{L})$

Ein Wort der Grammatik G besteht zunächst einmal aus zwei Teilen: X und Y, von denen beide offenbar eine beliebige Zahl größer oder gleich 0 von Zeichen darstellen kann. Durch die Regeln $(X \mapsto aX)$ und $(Y \mapsto bY)$ wird ferner sichergestellt, daß sowohl X als auch Y lediglich entweder a^i oder b^j repräsentieren. Folglich ist ein durch G erzeugtes Wort auch Element der Sprache L.

Daraus folgt weiterhin, daß die Sprache aufzählbar ist, da sie eine Grammatik besitzt.

3.

Ableitungsbaum für $abbaabbaa$:

$$\begin{aligned} S \quad &\rightarrow X \rightarrow aY \rightarrow abbX \rightarrow abbaY \rightarrow abbaS \rightarrow abbaX \\ &\rightarrow abbaaY \rightarrow abbaabbX \rightarrow abbaabbaY \rightarrow abbaabbaa \end{aligned}$$

Die durch G beschriebene Sprache L ließe sich beispielsweise folgendermaßen beschreiben:

$$L = \left\{ a^i \left(bba^{j_k}\right)^l a \;\middle|\; i, l, j_0, \ldots, j_n \in \mathbb{N}^+ \right\}$$

Um nun nachzuweisen, daß $L = L(G)$, müssen wir wieder schauen, daß $L \subseteq L(G)$ und andersherum:

Sei nun w ein Wort der Sprache L, so wird es offenbar gebildet aus:

1. einer beliebigen Menge a, jedoch mindestens 1
2. gefolgt von bb
3. gefolgt von wiederum einer beliebigen Menge a, jedoch mindestens 1
4. Wiederholung ab 2., beliebig oft (endlich allerdings)
5. gefolgt von einem einzelnen a als Abschluß

1. ist hierbei leicht durch die Regeln $(S \mapsto X)$, $(X \mapsto aY)$ und $(Y \mapsto S)$ ersichtlich, 2. durch die Regel $(Y \mapsto bbX)$, wodurch dann durch $(X \mapsto aY)$ als einzige Regel, die das Nonterminal X ersetzen kann, mindestens ein a nach bb erzwungen wird. Die Wiederholung ist nun auch einfach zu sehen.

Durch $(X \mapsto aY)$ und $(Y \mapsto a)$ ist dann auch das Ende des Wortes eindeutig definiert und zwar mit einem einzelnen a.

Rückrichtung quasi analog, da eben schon alles wesentliche dafür genannt wurde.

4.

$$G := (\{a, b\}, \{S, X\}, \{S \mapsto abX, S \mapsto X, X \mapsto bbX, X \mapsto \varepsilon\}, S)$$