25.1

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6) = x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 2x_5 + 7x_6 \longrightarrow \text{Min.}$$

Ich habe im Gleichungssystem der Nebenbedingungen die Gleichung $x_4 + x_5 + x_6 = 140$ weggelassen.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathfrak{x} = \begin{pmatrix} 80 \\ 80 \\ 50 \\ 90 \end{pmatrix}$$

Subtrahiert man nun die erste von der letzten Gleichung, erhält man etwas, was sich angenehm rechnen läßt:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathfrak{x} = \begin{pmatrix} 80 \\ 80 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix}$$

		x_1	x_2			
	-1	1	3	0		
x_3	6	1	1	80	80	$i = 3$
x_4	4	1	0	80	80	
x_5	2	0	1	50	–	
x_6	7	-1	-1	10	–	
		2	-2	970		
		$j = 1$				

		x_3	x_2			
	-1	6	3	0		
x_1	1	1	1	80		
x_4	4	-1	-1	0		
x_5	2	0	1	50		
x_6	7	1	0	90		
		-2	-4	810		

$$\mathfrak{x}_{\text{opt}} = \begin{pmatrix} 80 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 90 \end{pmatrix}, \qquad f(\mathfrak{x}_{\text{opt}}) = 810$$

Mit dem Transportalgorithmus suche ich zunächst eine Ecke nach der Methode des kleinsten Elements:

	80	50	90
80	80	0	0
140	0	50	90

$$\Rightarrow \mathfrak{x}_0 = \begin{pmatrix} 80 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 90 \end{pmatrix}$$

Die reduzierte Kostenmatrix mit den p_i und q_j sieht dann folgendermaßen aus:

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 1 & 3 & 6 \\ -2 & 4 & 2 & 7 \\ \hline & 0 & 0 & -5 \end{array} \Rightarrow \overline{\mathfrak{C}} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Damit haben wir schon die Lösung. Wie es auch sein sollte, die gleiche wie oben auch schon.

25.2

$$\mathfrak{x}_0 = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 5 \\ 1 & 6 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \overline{\mathfrak{C}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathfrak{x}_1 = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 0 & 9 & 5 \\ 7 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \overline{\mathfrak{C}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Damit ist $\mathfrak{x}_1$ Lösung des TP mit $f(\mathfrak{x}_1) = 120$.

25.3

1. Startecke

$$\mathfrak{x}_a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 12 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & 2 & 0 & 13 \end{pmatrix}, \overline{\mathfrak{C}} = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 9 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Damit ist $\mathfrak{x}_a$ noch keine Lösung des TP. Weiterrechnen liefert folgendes:

$$\mathfrak{x}_{a1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 9 & 5 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 2 & 0 & 13 \end{pmatrix}, \overline{\mathfrak{C}} = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 9 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 10 & 0 & 5 \\ 0 & 8 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathfrak{x}_{a2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 14 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 2 & 9 & 4 \end{pmatrix}, \overline{\mathfrak{C}} = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 9 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 9 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Damit ist $\mathfrak{x}_{a2}$ Lösung des TP mit $f(\mathfrak{x}_{a2}) = 128$.

2. Startecke

$$\mathfrak{x}_b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 14 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 2 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Startecke

$$\mathfrak{x}_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$